Columbus und der digitale PID-Regler

Christoph Columbus hat bekanntlich im Oktober 1492 Amerika entdeckt. Ob er dabei tatsächlich der <u>Erste</u> war, ist eine ganz andere Frage, der wir hier nicht weiter nachgehen wollen.

Dieses Skript ist aus dem Bedürfnis heraus entstanden, Schülern einer Technikerschule die Grundlagen der Regelungstechnik an Hand eines anschaulichen Beispiels nahe zu bringen. Es war dabei ein besonderes Anliegen, die Regelungstechnik intuitiv einzuführen und mit gesundem Menschenverstand Stück für Stück zu erweitern. Wir sind dabei einen Schritt weiter gegangen als üblich: Der hier verwendete Regelmechanismus bewertet nicht nur die Vergangenheit (I-Anteil), die Gegenwart (P-Anteil), die Zukunft (D-Anteil), sondern auch die Veränderung der Zukunft (A-Anteil, "Beschleunigungsanteil"). Aus einem PID-Regler wird auf diese Weise ein PIDA-Regler[®]. Die mathematischen Grundlagen haben wir an das Ende des Skriptes verschoben. Um mit den verschiedenen Regelparametern spielerisch Erfahrung zu sammeln, haben wir ein kleines Programm in Excel zur Verfügung gestellt.

Als historischen Rahmen haben wir das Bordbuch von Columbus verwendet, das 1941 von Dr. Anton Zahorsky im Rascher Verlag Zürich herausgegeben wurde und im Jahr 2002 als ebook im Internet zur Verfügung gestellt wurde (http://www.fiks.de/). Die Echtheit dieses Bordbuches ist zwar etwas umstritten, aber es ist zweifelsohne sehr lesenswert, da man etwas über die Psyche von Columbus erfährt und die unglaubliche Arroganz der damaligen Machthaber abschätzen kann. Um dies zu verdeutlichen, haben wir als Vorwort bewusst die Einleitung dieses Bordbuches gewählt. Wir haben dabei den Text direkt übernommen – Rechtschreibfehler und die etwas holprige Sprache samt endlosen Sätzen bitten wir zu entschuldigen.

Wir stellen Ihnen dieses Skript in einer recht niedrigen Auflösung kostenlos zur Verfügung (http://www.kodeko.de/). Zugegebenermaßen ist die Qualität ärgerlich schlecht. Für einen geringen Unkostenbeitrag erhalten Sie eine mit Ihrem Namen lizenzierte Fassung mit hoher Auflösung.

Seite 1

Lizenznummer: 100416A1 Josef Graf Version: 1.8

Vorrede^A

Im Namen unseres Herren Jesus Christus

An die allerchristlichsten, allerhöchsten, erlauchtesten und mächtigsten Fürsten, den König und die Königin der spanischen Länder und der Inseln des Meeres, unsere Herren.

m gegenwärtigen Jahre 1492, nachdem Eure Hoheiten dem Kriege gegen die Mauren, die noch in Europa herrschten, in der gewaltigen Stadt Granada ein Ende bereitet hatten, also in jener Stadt, wo ich am Zweiten des Monats Januar dieses selben Jahres mit eigenen Augen sah, wie dank der Waffenerfolge die königlichen Standarten Eurer Hoheiten auf den Türmen der Alhambra, welche die Festung der vorgenannten Stadt ist, hochgezogen wurden und wie der maurische König seinen Palast verließ, um die Hände Eurer Hoheiten und des Fürsten, meines Herren, zu küssen; auf Grund der Berichte, die ich Euren Hoheiten über die Länder Indiens und über einen Fürsten, genannt der »Große Khan«, was in unserer Sprache soviel bedeutet als "König der Könige", zu geben in der Lage war, und im Hinblick auf die Nachricht, daß dieser selbst und seine Vorgänger viele Male Boten nach Rom entsendet hatten, um gelehrte Doctores unseres heiligen Glaubens zu ersuchen, sie darin zu unterweisen, der Heilige Vater aber ihnen niemals Gehör geschenkt habe, weshalb so viele Seelen verlorengingen, die dem Götzendienst verfielen und verworfenen Sekten beitraten - in jenem gleichen Monat also erwogen Eure Hoheiten, in Ihrer Eigenschaft als katholische Christen, als Freude und Verbreiter des heiligen christlichen Glaubens und als Feinde der Sekte Mahomeds und jedes andern Götzendienstes und Sektiererwesens, ernstlich den Gedanken, mich, Christoph Kolumbus, nach den vorgenannten Gegenden Indiens zu entsenden, um jene Fürsten, Völker und Orte aufzusuchen und die Möglichkeiten zu erwägen, wie man sie zu unserem heiligen Glauben bekehren könnte. So wurde mir der Auftrag zuteil, mich nicht auf dem Landweg, wie es bisher üblich gewesen, nach dem Fernen Osten aufzumachen, sondern in westlicher Richtung aufzubrechen, also auf einen Wege, den nach unserm Wissen bis auf den heutigen Tag noch niemand befahren hatte.

Nach Vertreibung aller Hebräer aus Ihren Königreichen und Herrscharen befahlen mir Eure Hoheiten im nämlichen Monat Januar, mit einer hinlänglich starken Armada nach den genannten Gestaden Indiens in See zu stechen. Bei dieser Gelegenheit erwiesen Eure Hoheiten mir viele Bezeigungen Ihrer Gunst, indem Sie mir den Adelsrang und das Recht, mich künftighin als "Don" zu bezeichnen, verliehen, mich ferner zum Großadmiral des ozeanischen Meeres, Vizekönig und ständiger Gouverneur aller Inseln und des Festlandes, die ich entdecken und erobern und die man in Zukunft im Ozean entdecken und erobern würde, erhoben und bestimmten, daß mein Erstgeborener, mit denselben Rechten ausgestattet, mir nachfolgen und dies von Generation zu Generation so bleiben solle.

A Die jeweils **farbig** dargestellten Texte wurden mit freundlicher Genehmigung des Herausgebers folgender Literaturstelle entnommen:

Christoph Columbus, Das Bordbuch der ersten Fahrt

http://www.fiks.de/ maya@fiks.de

So fuhr ich am 12. Tage des Monats Mai desselben Jahres 1492, an einem Samstag, von Granada ab und begab mich nach dem Orte Palos, der ein Seehafen ist, allwo ich drei für dieses Unternehmen sehr geeignete Schiffe ausrüstete. Am 3. August dieses Jahres, an einem Freitag, verließ ich diesen Hafen, wohlversehen mit Lebensmitteln und Mannschaften, eine halbe Stunde vor Sonnenaufgang und nahm Kurs auf die Kanarischen Inseln, die zum Besitz Eurer Hoheiten gehören und im genannten Ozean liegen. Von hier aus wollte ich meine Fahrt antreten und so weit vordringen, bis ich nach Indien gelangte, um jenen Fürsten die mir von Euren Hoheiten anvertraute Botschaft zu überbringen und mich auf diese Weise meines Auftrages zu erledigen.

Daher habe ich mir vorgenommen, Tag um Tag auf das gewissenhafteste alles, was ich auf dieser Reise tun oder sehen werde, und jeden Vorfall niederzuschreiben, wie wir späterhin sehen werden. Und während ich, meine fürstlichen Herren, des Nachts aufschreiben werde, was sich tagsüber zugetragen hat, und im Laufe des Tages das in der Nacht Vorgefallene aufzeichnen werde, habe ich mir überdies vorgenommen eine neue Seekarte zu zeichnen, auf der ich die geographische Lage des ganzen Ozeans und der Länder dieses Ozeans angeben werde. Außerdem werde ich ein Buch zusammenstellen, worin ich alles nach aquinoktialer Breite und westlicher Länge bildhaft darstellen will.

Um dies alles vollbringen zu können, wird es unbedingt nötig sein, daß ich den Schlaf vergesse und meine ganze Aufmerksamkeit der Navigation zuwende; denn nur so wird es mir möglich sein, meine Aufgabe zu erfüllen. Dies wird unsäglich viel Mühe kosten.

Selbst wenn um das Jahr 1000 die Nordmänner bereits Amerika entdeckt haben sollten, so bleibt es doch Columbus` Verdienst, die bis dahin längste Seestrecke ohne Landsicht zurückgelegt zu haben. Columbus zeigte einen unwahrscheinlichen Mut und er verfolgte sein Ziel mit einer bewundernswerten Zähigkeit.

Seine Idee war denkbar einfach:

- 1. Die Erde ist rund. Sie hat einen Umfang von 29.875 km^B.
- 2. Das gesuchte "Hinterindien" liegt hinter Indien.
- 3. Hinterindien erstreckt sich sehr, sehr weit nach Osten.
- 4. Wegen Punkt 1 lässt sich Hinterindien auch erreichen, wenn man Richtung Westen segelt und wegen Punkt 3 dürfte das nicht allzu lange dauern.

^B Der Erdradius war im 15. Jahrhundert bereits auf wenige Prozent genau bekannt. Wegen eines simplen Umrechnungsfehlers aus den arabischen Werten in die italienischen Seemeilen ging Columbus jedoch von einem um 25 % kleineren Erdradius aus.

- 5. Indien liegt auf dem 28. Breitengrad wie La Gomera. Columbus` Plan war es, auf diesem 28. Breitengrad nach *Hinterindien* zu gelangen. Zu diesem Zweck musste er von Gomera aus permanent Westkurs (270°) segeln. Dieses Verfahren war bekannt unter dem Namen "Breitensegeln".
- 6. Die Navigation über Kompass war üblich. Allerdings wusste man auch, dass diese Navigation auf langen Strecken mit erheblichen Fehlern verbunden war^C. Nur durch einen Vergleich mit Bekanntem (Inseln, Meerengen, Küsten, ...) konnte ein fehlerhafter Kurs immer wieder korrigiert werden. Da Columbus einen bislang unbekannten Weg einschlug und Erfahrungswerte bzw. Bekanntes nicht vorhanden waren, musste er einen anderen Weg wählen, um den tatsächlichen Kurs korrigieren zu können.
- 7. Die jeweilige geographische Breite und damit die Einhaltung des 28. Breitengrades lässt sich täglich während der Morgendämmerung über den Polarstern bestimmen^D.
- 8. Die Bestimmung des Längengrades war zu jener Zeit nur sehr begrenzt möglich. Erst 1759 konnte der Längengrad zuverlässig über eine sogenannte Längenuhr gemessen werden^E. Columbus bediente sich hier der "Koppelnavigation", ein Verfahren zur laufenden Ortsbestimmung mittels des Kurses und der zurückgelegten Wegstrecke. Die Wegstrecke ist jedoch nur indirekt über die Geschwindigkeit und die Zeit (nicht Uhrzeit!) festzustellen. Die Geschwindigkeit wurde zur damaligen Zeit über ein sogenanntes "Log" ermittelt. Dies ist eine Art Holzscheit, das von einem fahrenden Schiff in das Wasser geworfen wird. Das Scheit ist über eine mit regelmäßig angebrachten Knoten versehene Leine (Logleine) mit dem Schiff lose verbunden. Über eine Sanduhr (Glasenuhr) wird nun gemessen, wie viele Knoten man dem im Wasser zurückbleibenden Holzscheit bis zum Ablauf der Sanduhr geben muss, um die Logleine nicht zu straffen. Bei entsprechender Einteilung der Knoten auf der Logleine ließ sich so die Geschwindigkeit des Schiffes direkt ablesen. Die Logleine wird daraufhin wieder an Bord gezogen. Bis zur nächsten Messung wird die Geschwindigkeit als konstant betrachtet. Aus der Geschwindigkeitsmessung und der Zeitspanne zwischen zwei Messungen kann letztendlich die Wegstrecke ermittelt werden.
- 9. Da Columbus eigentlich nicht genau wusste, wo er hin wollte, konnte ihm die mangelnde Bestimmung des Längengrades ziemlich egal sein. Wichtig wäre diese Information nur wegen der tatsächlichen Entfernung zum Heimathafen gewesen. Interessanterweise verwendet Columbus in seinem Bordbuch den

^C Selbst wenn ein Kompass absolut fehlerfrei arbeiten würde, so würde ein Schiff dennoch den eingeschlagenen Kurs verlassen, da es Winden und Strömungen ausgesetzt ist. Während eine Korrektur des Windeinflusses noch recht einfach möglich ist, kann ein Strömungseinfluss über den Kompass nicht korrigiert werden.

Dieses Verfahren war bekannt. Der Winkel zwischen dem Horizont und dem Polarstern entspricht der geographischen Breite, auf der man sich befindet. So ist der Winkel auf dem Äquator 0°, am Nordpol 90°. Columbus hat seinem Kompass jedoch mehr vertraut als der Unbeweglichkeit des Polarsterns, wie seine Aufzeichnungen zeigen → 17. September 1492: ...Die Kapitäne stellten die Lage fest und merkten, daß die Kompasse wiederum um einen guten Such deklinierten (abwichen); die Matrosen zeigten sich furchtsam und bekümmert, sagten aber nicht warum. Ich bemerkte es und trug den Kapitänen auf, bei Tagesanbruch aufs neue den Standort zu bestimmen und die Nadeln mit dem Nordpunkt genau zu kontrollieren. Hierbei stellten sie fest, daß die Nadeln doch richtig waren. Dies rührte nicht daher, daß die Nadeln sich bewegten, wohl aber der Polarstern... → 30. September 1492: ...Zu Beginn der Nacht ergeben die Kompaßnadeln eine Deklination um einen Kompaßstrich, während sie bei Anbruch des Morgens genau in der Richtung zum Polarstern liegen, weshalb es einleuchtend ist, daß der Polarstern genau so wie die andern Sterne beweglich ist und daß die Kompaßnadeln stets die Wahrheit verzeichnen. Die Abweichungen, die Columbus hier feststellt, sind tatsächlich real und haben nichts mit Störungen des Magnetfeldes zu tun. Sie beruhen darauf, dass der Polarstern eben nicht ganz im Norden steht, sondern etwas versetzt ist. In dem Sinne vollführt der geographische Nordpol während eines Tages eine Kreisbewegung um die Lage des Polarsternes aus mit einem Radius von etwa 3 Grad. Um diese Abweichung zu vermeiden bzw. zumindest konstant zu halten, ist es notwendig, den Polarstern immer zur gleichen Uhrzeit anzupeilen. Eine Uhrzeit im eigentlichen Sinne war auf Schiffen jedoch nicht zugänglich. Als sinnvolle Alternative bietet sich die Dämmerung an, denn zum einen spiegelt sie die bordeigene Uhrzeit wieder und zum anderen ist der Polarstern auch sichtbar.

Eine Längenuhr ist im Prinzip nichts anderes als eine - auch über einen längeren Zeitraum hinweg – genaue Uhr, die am Abfahrtspunkt (Längengrad bekannt) mit der dortigen Uhrzeit synchronisiert wird. Der Sonnenhöchststand wird ortsunabhängig als 12:00 Uhr festgelegt. Eine Abweichung der Längenuhr von 4 Minuten beim Sonnenhöchststand bedeutet eine Längenänderung von einem Grad in Bezug auf den Abfahrtsort.

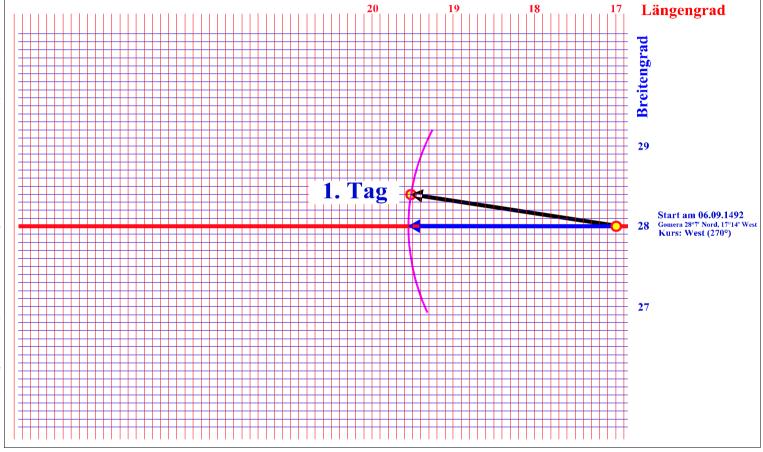
Begriff "westliche Länge" oder Ähnliches nur im Vorwort (siehe Seite 3). Warum ist in seinen Aufzeichnungen immer wieder vom Breitengrad die Rede, niemals jedoch vom Längengrad – obwohl die Einteilung der Erde in Längengrade bereits seit Jahrhunderten bekannt war? Lediglich über den Bezugspunkt (heute: Greenwich) konnte man sich noch nicht einig werden.

6. September 1492: Am Morgen dieses Tages verließ ich den Hafen von La Gomera und ging unter Segel, um meine Überfahrt zu beginnen. Eine uns

begegnende Karavelle, die von der Insel Ferro kam, verständigte mich davon, daß in jenen Gewässern drei portugiesische Karavellen kreuzten, in der Absicht, mich abzufangen. Dieses Vorhaben stehe im Zusammenhang mit dem Unwillen des Königs von Portugal, der darüber verärgert war, weil ich mich nach Kastilien begeben habe, um dem König dieses Landes meine Dienste anzutragen.

7. September 1492: Columbus war am 06.09.1492 von Gomera mit Kurs West (270°) gestartet.

Vereinfachend sei davon auszugehen, dass Columbus den Kurs innerhalb von 24 Stunden nicht geändert hat. Die über dem Wasser zurückgelegte Wegstrecke wird nach dem oben beschriebenen Verfahren stündlich gemessen. Die Summe der Wegstrecken ergibt eine Länge, die durch den blauen Pfeil gekennzeichnet ist. Columbus müsste sich also am Morgen des 7.9. an der Spitze des blauen Pfeils



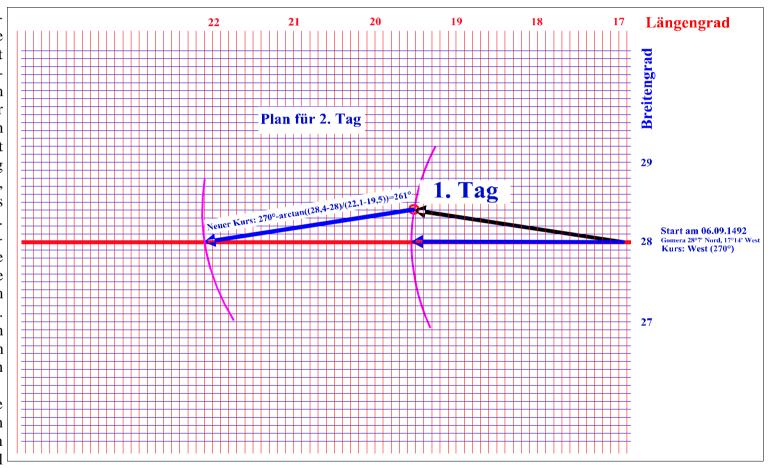
befinden. In der neben-stehenden Abbildung sind vertikal die Breitengrade aufgetragen, horizontal die Längengrade. Columbus zieht mit dem Zirkel um Gomera einen Kreis mit dem Radius der zurückgelegten Wegstrecke. Die Bestimmung des aktuellen Breitengrades ergibt einen Wert von 28,4° nördlicher Breite. Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit der Breite 28,4° ergibt den tatsächlichen aktuellen Standort.

Planung für den zweiten Tag: Columbus war offenbar etwas vom Kurs abgekommen, was auf Grund von Wind- und Strömungseinflüssen durchaus normal war. Um den Kurs für den folgenden Tag zu planen, ging er davon aus, die gleiche Wegstrecke wie am Vortag zurücklegen zu können. Durch den neuen Kurs sollte am 2. Tag der 28. Breitengrad wieder erreicht werden. Columbus zieht mit einem Zirkel einen Kreisbogen um den Standort des ersten Tages mit dem Radius der Wegstrecke des ersten Tages. Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit dem 28. Breitengrad ergibt den geplanten Standort für den 2. Tag. Er kennzeichnet den geplanten Weg durch einen blauen Pfeil. Der neue Kurs lässt sich folgendermaßen berechnen:

Kurs = 270 ° – arctan ((28,4–28)/(22,1–19,5))=261 °.

Columbus hatte weder einen Taschenrechner, noch ein Tabellenwerk über die Tangensfunktion. Dies ist jedoch auch nicht notwendig, da sich der Kurs bei entsprechend eingeteiltem Koordinatensystem schlicht einem Winkelmesser bestimmen lässt. Nun kann ein Kurs von auf einem Segelschiff höchst unwahrscheinlich über 24 Stunden hinweg gesegelt werden. Es wird jedoch versucht, über eine Koppelnavigation den Kurs möglichst genau einzuhalten. Koppelnavigation bedeutet, dass in regelmäßigen kurzen Zeitabständen (z.B. eine Stunde) die zurückgelegte Wegstrecke wird und mit gemessen dem eingeschlagenen Kurs ge"koppelt" wird. ergibt stündlich Dies einen neuen (vermutlichen) Standort, der für Korrekturen des eingeschlagenen Kurses verantwortlich sein kann.

Die Koppelnavigation ist für die Idee, die wir hier verfolgen, belanglos. Aus diesem Grund wird der Einfachheit halber zwischen altem und neuem Standort ein Pfeil



gezeichnet. Wie die genaue Wegstrecke dabei tatsächlich verläuft, spielt eine recht untergeordnete Rolle, da zu der damaligen Zeit keine Möglichkeit bestand, den Längengrad zu bestimmen. Eine Koppelnavigation über eine Wegstrecke von Gomera nach Guanahaní (dort landete Columbus letztendlich) ist hinsichtlich des

•	!	!	!!	!!	!	!	!!	!	•	!	!!	!	!	!!	!!	!]	E	ľ	į	19	•	f	f	e!	h	1	e	r	1	•	ei	ij	n	į	g	e	5	e	i1	te	r	!	!	!	!!	!!	!!	!	!	•	!	!!	!!	!	!	!
!	!	!	!!	!!	!	!	!!	!	•	!	!!	!	!	!!	!!	!]	H	I	ie	1	•	f	f	e]	h	ıl	e	er	ì	•	ei	ij	n	į	g	e	S	e	i1	te	r	1!	!	!	!!	!!	!!	!	!	!	!	!!	!!	!	!	!
•	!	!	!!	!!	!!	!	!!	!	!	!	!!	!	!	•	!!	!]	H	I	i€	19	•	f	f	e]	h	1	e	er	l	•	ei	ij	n	į	g	e	S	e	i1	te	r	1!	!	!	!!	!!	!!	!	!	!	!	!	!!	!	!	!
•	!	!	!!	!!	!	•	!!	!	•	!	! !	!	!	!!	!!	!]	H	I	i(19	•	f	f	e]	h	ıl	le	r	ı	ϵ	ei	ij	n	i	g	e	S	e:	i1	te	r	1!	!	!	•	!!	!!	!	!	!	!	!!	! !	!	•	!

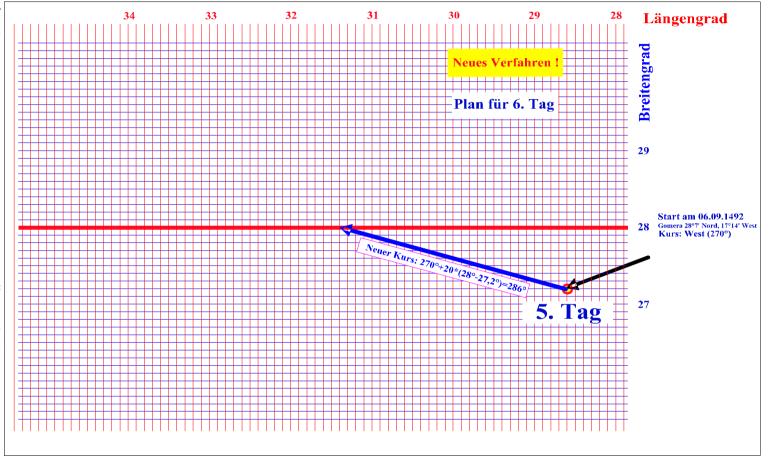
Da kommt ihm eine geniale Idee:

- X Eigentlich ist es doch egal, auf welchem Längengrad er sich befindet. Er möchte nach Hinterindien, weiß nicht wie lange es noch dauert und an eine Umkehr ist von seiner Seite aus nicht zu denken.
- x Da er sowieso nicht weiß, wo er sich befindet, kann er die Navigation deutlich vereinfachen: Wichtig ist lediglich die Einhaltung des 28. Breitengrades und täglich möglichst viel Fahrt Richtung Westen zu machen.
- Die Abweichung vom 28. Breitengrad wird täglich einmal über den Polarstern gemessen. Dieser Abweichung muss Columbus etwas gegensteuern, also vom Westkurs etwas abkommen und zwar umso mehr, je größer die Abweichung ist. Hierfür nur die Abweichung selbst zu nehmen, wäre etwas wenig, deshalb stellt er folgende Überlegung an: Gesetzt den Fall, er hätte diesen Gedanken bereits bei der Planung für den zweiten Tag (siehe Seite 6) gehabt, so sollte nach der "neuen" Methode derselbe Kurs errechnet werden wie bei der "alten" Methode. Er stellt dabei fest, dass die Abweichung mit der Zahl 20 multipliziert und mit der Zahl 270 addiert werden muss. Die erhaltene Zahl ergibt den neuen Tages-Kurs^F. Dieser Vorgang wird täglich wiederholt.

F Laut Polarstern befindet sich Columbus am ersten Tag auf der Breite $28,4^{\circ}$. Die Abweichung zum 28. Breitengrad beträgt 28° - $28,4^{\circ}$ = $-0,4^{\circ}$. Dieser Wert wird mit 20 multipliziert (ergibt -8°) und mit 270° addiert. Dies liefert schließlich den neuen Kurs von $-8^{\circ}+270^{\circ}=262^{\circ}$. Die Übereinstimmung mit der früher durchgeführten Planung (errechneter Kurs: 261°) ist nahezu perfekt.

COLUMBUS PLANT DEN 6. TAG nach dem neuen Verfahren. Er geht bei seinen Überlegungen davon aus, dass er sich auf dem 28,6-ten Längengrad

befindet^G. Ihm fällt schon hier bei der Berechnung auf, dass er den Längengrad eigentlich nicht mehr benötigt. Die Darstellung behält er jedoch zunächst bei, zumindest einen gewissen Anhaltspunkt liefert, wie weit entfernt er sich von der Heimat befindet. Für die Bestimmung des neuen Tageskurses benötigt er weder den aktuellen Längengrad, noch den für den Folgetag angestrebten. Auch die an diesem Tag angestrebte Wegstrecke geht in das Ergebnis nicht ein. Kurs berechnet Der neue sich folgendermaßen: Neuer Kurs = 270° + Faktor • (angestrebter Breitengrad – aktueller Breitengrad) = $270^{\circ} + 20 \cdot (28^{\circ} - 27.2^{\circ}) =$ 286°. Den Kurs trägt Columbus in sein Diagramm ein, indem er einen Pfeil vom Standort des 5. Tages mit dem angestrebten Kurs (Winkel) zeichnet. Da er nicht weiß, wie lange die gefahrene Wegstrecke sein wird, lässt er den Pfeil (mehr oder weniger willkürlich) auf dem 28. Breitengrad enden. Sollte er an diesem Tag überdurchschnittlich schnell unterwegs sein, so würde er am 6.



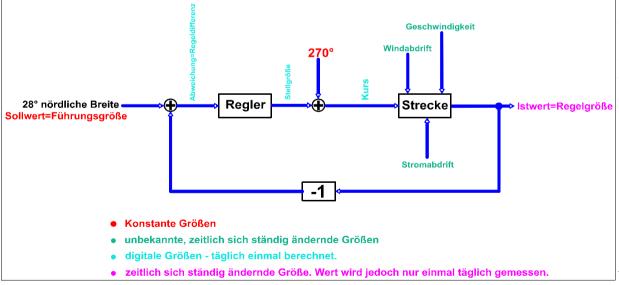
Tag oberhalb des 28. Breitengrades enden, sollte er langsamer vorankommen, würde er nur bis knapp unterhalb des 28. Breitengrades gelangen. Wichtig ist lediglich, dass er sich dem 28. Breitengrad wieder nähern wird, alles Weitere werden die Überlegungen des Folgetages ergeben.

^G Dies entspricht dem Standort, der sich in der Abbildung für den 5. Tag (siehe Seite Fehler: Referenz nicht gefunden) ganz links befindet.

111111111	!!!!!!!!!!!Hier fehlen	einige Seiten	1!!!!!!	!!!!	!!!!	!!!
1111111111	!!!!!!!!!!Hier fehlen	einige Seiten	1!!!!!!	!!!!	!!!!	!!!
1111111111	!!!!!!!!!!Hier fehlen	einige Seiten	1!!!!!!	!!!!	!!!!	!!!
111111111	!!!!!!!!!!!Hier fehlen	einige Seiten	111111	!!!!	!!!!	!!!

Columbus macht sich ein "Bild" über den Ablauf des neuen Verfahrens, ein Bild, das die Wirkung der einzelnen Größen auf den Kurs zum Ausdruck bringen soll. Er zeichnet einen Wirkungsplan. Grob betrachtet hat der Plan einen Eingang (Sollwert) und einen Ausgang, den Istwert. Der Sollwert bleibt für alle Zeiten konstant bei einem Wert von 28°. Dies entspricht dem 28. Grad nördlicher Breite. Der Sollwert ist also nicht etwa ein Kurs von 270° (Westrichtung), der beim Breitensegeln eingehalten werden sollte, sondern der Breitengrad selbst. Der Breitengrad, auf dem sich Columbus bewegen soll, verändert sich nie, auf welchem Breitengrad Columbus jedoch ist, hängt von vielen Parametern ab und ändert sich im Prinzip ständig. Columbus ist aus den bereits erwähnten Gründen nur einmal am Tag in der Lage, den aktuellen Breitengrad, den Istwert, zu bestimmen. Diese neue Information muss er dann schnellstmöglich umsetzen. Der zeitliche Ablauf könnte hierbei folgendermaßen aussehen:

- 05:30 Uhr → Bestimmung des Istwertes (aktueller Breitengrad, z.B. 28,7°N) über den Polarstern kurz vor Sonnenaufgang.
- 05:35 Uhr \rightarrow Berechnung der Abweichung zwischen Soll- und Istwert: 28° - $28,7^{\circ}$ = -0,7°.
- 05:36 Uhr → Aus der Abweichung zwischen Soll- und Istwert muss eine neue Stellung für das Steuer errechnet werden. Diese Größe wird als Stellgröße bezeichnet, kann jedoch vom Steuermann noch nicht direkt umgesetzt werden. Die Gedankengänge oder auch die elektronische Schaltung, die sich zwischen der Abweichung und der Stellgröße befinden, werden als **Regler** bezeichnet sozusagen das Gehirn des Verfahrens. In unserem Beispiel macht der Regler nichts anderes als den Eingangswert mit einer Zahl (nämlich 20) zu multiplizieren. Die Stellgröße beträgt demnach -0,7°•20 = -14°.
- 05:37 Uhr → Um auf einen Schiffskurs zu kommen, müssen zur Stellgröße noch 270° addiert werden. Die Summe von 270°-14° = 256° ergibt schließlich den neuen Kurs. Diesen Kurs versucht der Steuermann einzuhalten für einen kompletten Tag!
- Von 05:38 Uhr bis zum folgenden Tag um 05:30 Uhr ändert sich weder die Abweichung (sie kann nur einmal am Tag gemessen werden), noch die Stellgröße, noch der Kurs.



Der errechnete Kurs bleibt den ganzen Tag über erhalten, er bestimmt im Wesentlichen den Weg des Schiffes auf seiner **Strecke**. Zusätzliche Einflüsse können sich störend auf diesen Weg auswirken – sie werden zusammenfassend als **Störgrößen** bezeichnet. Diese Größen verändern <u>nicht</u> den eingeschlagenen Kurs, sie sorgen jedoch dafür, dass das Schiff auf der Strecke von seinem Weg abkommt. Zu nennen sind hier Strömungseinflüsse oder eine Abdrift durch Seitenwind, aber auch die Geschwindigkeit des Schiffes selbst ist dafür verantwortlich, auf welchem Breitengrad es am Folgetag zu finden sein wird.

Beim hier verwendeten Regler wird der Eingang mit einer Zahl multipliziert und an den Ausgang weitergegeben. Der Ausgang ist also dem Eingang proportional. Ein solcher Regler wird als *Proportionalregler* (*P-Regler*) bezeichnet.

Die Rückführung des Istwertes auf den Eingang des Reglers bildet eine Kreisstruktur – die Anordnung wird als *Regelkreis* bezeichnet. Innerhalb des Regelkreises gibt es wert- und zeitdiskrete Größen. Zeitdiskret bedeutet, dass die Größe genau genommen nur zu ganz bestimmten Zeiten vorhanden ist. Üblicherweise wird die Größe jedoch bis zum nächsten Zeitpunkt konstant gehalten. Wertdiskret wiederum ist eine Größe dann, wenn sie nur ganz bestimmte Zahlenwerte annehmen kann. So ist im obigen Regelkreis die gemessene Istgröße (Breitengrad) sicherlich wertdiskret, da sie im besten Fall auf eine Nachkommastelle genau gemessen werden kann. Als Folge davon sind auch die Abweichung, die Stellgröße und der Kurs wertdiskret. Wert- und zeitdiskrete Größen werden als **digital** bezeichnet.

Hat Columbus den ersten digitalen Regelkreis mit einem P-Regler erfunden?

Das wissen wir nicht, aber möglich und auch denkbar wäre es! Und es wäre auch denkbar, dass er auf seiner langen Reise seinen Regler noch vervollkommnen konnte.

!!!!!!!!!!!!!!!!!!Hier fehlen einige Seiten!!!!!!!!!!!!!!

06. Oktober 1492: Wir fuhren 160 Seemeilen weiter gegen Westen, von denen ich nur 132 verrechnete.

Im Verlaufe der Nacht meinte Martin Alonso, daß es angezeigt wäre, nach Südwest-zu-West Kurs zu nehmen. Allein ich hatte den Eindrucks Martin Alonso habe dies nur in der Absicht gesagt, die Insel von Cipango zu erreichen, während ich selbst der Ansicht war, daß wir im Falle eines Kurswechsels nicht so schnell an Land kämen und daß es ratsamer wäre, zunächst auf Festland zu stoßen und dann erst die Inseln anzulaufen.

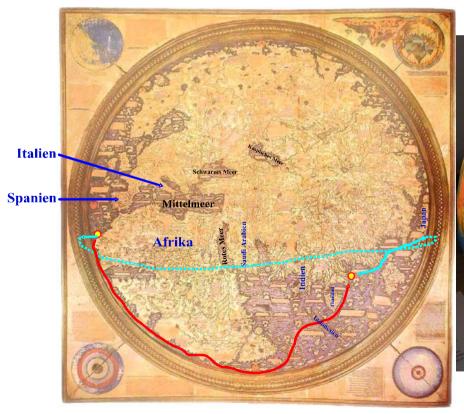
Zunächst fragt man sich, welche Insel damit gemeint sein könnte. **Unglaublich, es ist die Insel JAPAN!** Im Mittelalter wurde in Europa Japan als Cipango bezeichnet. Die Aufzeichnungen Columbus' zeigen, dass er neben Alonso auch selbst der Meinung war, in der Nähe dieser Insel zu liegen. Von Japan ist er zu dieser Zeit schlicht 160 Längengrade entfernt, das sind auf diesem Breitengrad 14.000 km bzw. weitere 120 Tage auf See. Wie konnte er sich so täuschen? Dies stimmt auch überhaupt nicht mit seinen bisher gemessenen Wegstrecken überein.

Um dies nachvollziehen zu können, muss man sich vor Augen halten, welchem Zweck die Reise von Columbus dienen sollte. Man versuchte einen Seeweg nach Indien bzw. Hinterindien, allgemein Asien zu finden. Der Handel zur damaligen Zeit verlief entweder über das Mittelmeer, das Rote Meer und den Indischen Ozean oder über verschiedene Karawanenwege durch Asien. Wie auch immer – es gab schlicht bis zu diesem Zeitpunkt keinen direkten Seeweg nach Indien, ein Teil des Weges führte stets über Land, was mit z.T. enormen Zöllen verbunden war. Die Route über Afrika (Kap der guten Hoffnung – daher rührt auch der Name: man war guter Hoffnung, dass man auf diesem Wege Indien erreichen konnte) wurde erst 1498, also 6 Jahre nach der Entdeckung Amerikas, durch Vasco da Gama bewältigt. Die Reisedauer lag hier übrigens bei beachtlichen 9 Monaten, was Columbus natürlich noch nicht wissen konnte. Wäre ihm das klar gewesen, hätte er Amerika wohl nicht entdeckt.

Japan (Cipango) wurde in einer europäischen Karte zum ersten Mal im Jahr 1457 in der sogenannten Fra-Mauro-Karte erwähnt. Diese Karte entsprach dem Weltbild der damaligen Zeit. Sie ist aus mehreren Gründen zunächst relativ unübersichtlich:

- Norden ist bei dieser Karte unten, Süden oben, rechts ist Westen, links ist Osten. Um sich nach heutigen Maßstäben zurechtzufinden, muss man die Karte um 180° drehen.
- In früheren Kartenmaterialien lag die Stadt Jerusalem stets in der Mitte die Stadt galt als Zentrum der Welt. Hier wurde bereits davon Abstand genommen, das Zentrum der Karte dürfte in der Nähe von Buchara (ein wichtiger Stützpunkt auf der südlichen Seidenstraße, 39° 46′ N, 64° 26′ O, Usbekistan) liegen.
- Nun muss man sich vorstellen, dass man vom Weltall aus lotrecht auf Buchara blickt.

Stellt man die Fra-Mauro-Karte einem Foto eines Globus' aus der erwähnten Perspektive gegenüber, dann erkennt man, dass die Karte gar nicht so schlecht ist, wie zunächst gedacht:





Die Erde galt bereits damals als rund (Kugelform) und sie sich als Scheibe vorzustellen. war schon Jahrhunderten überholt. Nur ganz dumme Leute waren der Meinung, würde am Rande man gezeichneten Scheibe in einen Abgrund fallen. Interessanterweise ist das Kreisbild des Fra-Mauro im äußeren Bereich fast ausschließlich von Wasser umgeben. Dies sehen Sie im fotografierten Globus auch bestätigt. Richtig verblüffend ist die Tatsache, dass dieser äußere "Wasserkreis" nur bei einer einzigen Blickrichtung, nämlich der hier dargestellten, auftritt. Probieren Sie es aus - aus allen möglichen Richtungen!

Seite 12

Es ist davon auszugehen, dass bei der Zeichnung der Fra-Mauro-Karte eine Kugel als Vorlage gedient hat, andernfalls kann man einfach nicht erklären, wie Frater Mauro den riesigen Kontinent Afrika derart verzerrt und im Wesentlichen richtig zeichnen konnte. Auch dass der Kontinent so vermessen wurde, ist höchst unwahrscheinlich – die Einteilung in Längen- und Breitengrade war bekannt, auch über Nord- und Südpol wusste man Bescheid.

Die Fra-Mauro-Karte sollte ganz sicher nicht die Vorstellung der Erde als Scheibe verdeutlichen, sondern war schlicht eine Möglichkeit, die komplette Erde zweidimensional mit <u>allen</u> bekannten Ländern darzustellen. Dass es hier zu Verzerrungen kommt, war den intelligenteren Leuten sicherlich bewusst. Das Problem der Erddarstellung gibt es nach wie vor! Es gibt keine zweidimensionale Karte der gesamten Erde, bei der nicht einzelne Bereiche verzerrt wären. Dies ist schlicht prinzipiell nicht möglich.

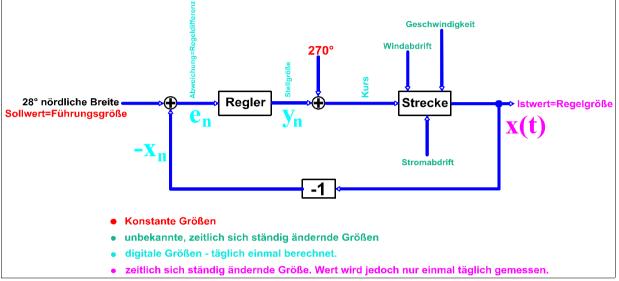
Für den Seeweg nach Hinterindien gab es prinzipiell zwei Möglichkeiten: entweder über eine Umschiffung von Afrika (rote Strecke) oder über den hinteren Teil der Fra-Mauro-Karte (hellblaue Strecke). Beide Wege sind – nicht nur auf der Karte - fast gleich lang (der hellblaue Weg ist um etwa 16 % länger). Dies kann man auf einem Globus nachvollziehen, aber interessanterweise sieht man es auch in der Fra-Mauro-Karte. Wählt man Hinterindien weiter östlich, dann werden beide Wege irgendwann gleich lang.

Columbus war vermutlich nicht der Meinung, man könne sich eine Wegstrecke sparen, indem man das ersehnte Land auf dem Westweg zu erreichen versucht. Er hat jedoch die dazu notwendige Zeit offenbar vollkommen falsch kalkuliert. Auf dem Weg nach Amerika hatte Columbus eine mittlere westliche Reisegeschwindigkeit von 72 Seemeilen/Tag^H. Um von La Gomera aus auf dem 28. Breitengrad Asien auf dem Westweg zu erreichen, muss Columbus etwa 230 Längengrade überwinden, was zu einer Fahrzeit von 152 Tagen (21 Wochen) führt. Wie konnte er tatsächlich der Meinung sein, er befände sich nach nur 4,5 Wochen kurz vor Japan???

!!!!!!!!!!!!!!Hier fehlen einige Seiten!!!!!!!!!!!!

^H Der Durchschnitt zur damaligen Zeit lag bei etwa 86 Seemeilen/Tag. Columbus kam demnach nur <u>etwas</u> langsamer voran als üblich.

Die Regelabweichung e ist genau genommen eine zeitkontinuierliche Größe; sie gibt die Abweichung zwischen dem 28. Breitengrad und der augenblicklichen



Breite an. Da letztere jedoch nur einmal am Tag zugänglich ist und damit eine zeitdiskrete Größe darstellt, muss auch die Regelabweichung e eine zeitdiskrete Größe sein, nämlich e_n .

Die Berechnung der zeitdiskreten Regelabweichungen gestaltet sich äußerst einfach, nämlich:

$$e_n = w - x_n$$

Die entscheidende Frage lautet nun: Wie kann man den Ausgang des Reglers y_n , also die Stellgröße, durch den Eingang des Reglers e_n beschreiben! Dieser mathematische Zusammenhang ist sozusagen das Gehirn des Reglers, eine Vorschrift, wie man den Eingang des Reglers auf den Ausgang überträgt. Dies bezeichnet man auch als Algorithmus.

Bevor wir mit dem Algorithmus beginnen, noch ein Wort zur "Signalabtastung" - einem Begriff aus der Sprache der Nachrichtentechnik:

- Die zeitdiskrete Regelgröße x_n steht aus den bereits mehrmals erwähnten Gründen nur alle 24 Stunden zur Verfügung. Die Regelgröße wird demnach in einem Zeitraum von 24 Stunden nur einmal "abgetastet". Die sogenannte "Abtastrate" beschreibt die Anzahl der Abtastungen pro Sekunde und hat die Einheit Herz (Hz). Columbus` Abtastrate lag demnach bei $1/24h = 1/(86400s) = 11\mu$ Hz.
- Die einmal täglich gemessene geographische Breite, die Regelgröße x_n , konnte zu Columbus` Zeiten aus messtechnischen Gründen nur auf ein Grad genau ermittelt werden. Die geographische Breite kann über den Polarstern auch nur auf der Nordhalbkugel bestimmt werden. Demnach stehen für die Messung insgesamt 90° zur Verfügung mit einer Genauigkeit von einem Grad. Für die Messung der Breite stehen somit 90 verschiedene Werte zur Verfügung, was im binären Zahlensystem einer Möglichkeit von etwa $2^7 = 128$ entspricht. In der Messtechnik spricht man hier von einer "Auflösung" von 7 Bit.
- Demnach fungiert Columbus bei seiner täglichen Messung der geographischen Breite quasi als A/D-Wandler mit einer Abtastrate von 11μHz und einer Auflösung von 7 Bit. Zum Vergleich: Bei der digitalen Telefonie (ISDN) beträgt die Abtastrate 8kHz bei einer Auflösung von 8 Bit.

!	!!	!	!!	!	!!	!	!!	!	!	!!	!	!	!	!!	Ι)j	e	,]	r	e	S	51	t]	l	i	C	ŀ	h	e	er	1	-	S	6	ei	it	e	n	1	•	9]	h	le	? 1	1	!!	!	•	!	!!	!!	!	!	!	! !	!	!	!	•
!	!!	!	!!	!!	!!	!!	!!	!!	!	!!	!!	!	!!	!!	İ)j	ie)]	r	e	S	SI	t]	l	i	C	ŀ	h	e	er	1		S	6	ei	it	e	n	1	•	<u>.</u>	h	le	21	1	!!	!	!	!	!!	!!	!	!	•	!!	!	!	!	•
!	!!	!	!!	!!	!!	!!	!!	!!	•	!!	!!	!	!!	!!	ľ)i	ie)]	r	e	S	S 1	t]	l	i	C	ŀ	h	e	er	1		S	6	ei	it	e	n	1	:	el	h	le	21	1	!!	!	•	!	!!	!!	!	!	•	!!	!	!	!	•
!	!!	1	!!	!!	! !	!!	! !	!	•	! !	! !	•	1	! !	I)i	ie		r	e	S	51	t]	ŀ	i	C	ŀ	h	e	er	1	•	S	5	ei	it	e	n	1	•	!	h	le	21	ı.	!!	!	•	•	•	! !	•	•	•	! !	•	•	•	•

Abschlussbetrachtung und Ausblick:

Natürlich wissen wir nicht, mit welchen navigatorischen Hilfsmitteln Columbus tatsächlich Amerika erreicht hat. Es wäre jedoch ohne Zweifel denkbar, dass sich Columbus unwissentlich als digitaler PID-Regler betätigt hat. Dies hört sich hochtrabend an, dahinter steckt jedoch simpelste Mathematik, die nichts anderes macht, als jede Abweichung vom Sollwert mit einem entsprechenden "Gegenlenken" zu beantworten. Eigentlich ist dies relativ intuitiv, denn auch ohne Kenntnisse der Navigation würden wohl die meisten Menschen genau auf diese Art und Weise *reagieren*. Was bedeutet *reagieren*, was bedeutet *Reaktion*? Dieser Begriff kommt aus dem Lateinischen (*reactio*) und bedeutet soviel wie *Rückhandlung*, also eine Art Antwort auf eine Handlung, was nichts anderes darstellt als eine Rückkopplung. Man führt eine "Handlung" aus, wartet was passiert, misst die Auswirkungen und handelt (durch die Rückkopplung etwas korrigiert) erneut. Genau dies macht die Regelungstechnik auch. Der Vorteil dabei ist: Der ganze Ablauf muss nicht sonderlich genau sein, da ja immer wieder überprüft wird, in welchem Maße Sollwert und Istwert übereinstimmen.

Regelungstechnik tritt im täglichen Leben unwahrscheinlich oft auf, fällt aber gleichzeitig in den meisten Fällen gar nicht auf, wie folgende Beispiele zeigen:

- Versuchen Sie auf einem Bein zu stehen! Kein Problem? Nun schließen Sie die Augen! Sie werden zwar hoffentlich nicht umfallen, werden jedoch feststellen, dass Sie mit geschlossenen Augen deutlich mehr Probleme haben. Offenbar geht der Sehsinn in die Regelung des Gleichgewichts in irgendeiner Form mit ein. Es gibt eine Rückkopplung zwischen dem Sollwert ("stabiles Stehen") und dem Istwert ("Verlagerung des Schwerpunkts quer zur Körperlängsachse") über die Augen als Messinstrument, das Gehirn als Regler und verschiedene Muskeln als "Stellglieder". Sicherlich wirken hier noch andere, zusätzliche Regelmechanismen mit ein, aber der Sehsinn spielt dabei offenbar auch eine Rolle.
- Vielleicht haben Sie auf einem momentan nicht genutzten Radweg die Möglichkeit, mit Ihrem Fahrrad folgenden Versuch zu machen: Fahren Sie mit einer Geschwindigkeit von etwa 25 km/h in der Mitte des Radweges. Nehmen Sie die linke Hand vom Lenker und ziehen Sie den Lenker vorsichtig mit der rechten Hand zu sich. Fahren Sie dann nach links oder nach rechts? Sie werden es nicht glauben: Sie fahren nach links! Obwohl Sie bei dieser theoretischen Frage mit ziemlicher Sicherheit die falsche Antwort gegeben hätten, sind Sie dennoch in der Lage, Fahrrad zu fahren. Es macht auch keinen Sinn, Kindern vor den ersten Fahrversuchen die komplexe Physik des Radfahrens beizubringen, sie müssen vielmehr lernen, wie das Fahrrad mit Körper und mit Geschwindigkeit re-agiert.

Neben den in diesem Skript verwendeten grundlegenden Regelmechanismen gibt es noch eine vollkommen andere Art von Regelung, die im Laufe der vergangenen Jahre zunehmend an Bedeutung gewonnen hat – die Fuzzy-Regelung. Es ist geplant, in einem zweiten Teil die Rückfahrt von Columbus mit Hilfe eines Fuzzy-Regelers zu erklären.

Seite 16

Lizenzbedingungen:

- → Als Lizenznehmer erhalten Sie das Dokument im pdf-Format mit einer Lizenznummer und Ihrem Namen. Beides erscheint auf jeder Seite links unten.
- → Jede Lizenz ist auf einen Namen, bestehend aus Vorname und Familienname, ausgestellt.
- → Die Lizenz "100416A1 Josef Graf" z.B wurde am 16.04.2010 mit der Nummer A1 auf den Namen "Josef Graf" ausgestellt.
- → Eine Lizenz für dieses Dokument ist vergleichbar mit einer "Fahrlizenz" (Führerschein). Daraus folgt →
 - → Wenn Sie Ihren Namen ändern, verfällt die Lizenz!
 - → Sie dürfen diese Lizenz nicht verkaufen!
 - → Sie können diese Lizenz nicht vererben!
 - → Sie dürfen diese Lizenz weder verleihen noch verschenken!
 - → Es gibt keine Gruppenlizenzen!
 - → Wenn Sie gegen diese Bedingungen verstoßen, müssen Sie zur MPU (Mehrfache Problematische Untersuchungen)!
- → Eine Lizenz kostet 5 € plus gesetzlicher Umsatzsteuer (Normalsteuersatz). Selbstverständlich erhalten Sie eine Rechnung allerdings nur per email.
- → Als Lizenznehmer erhalten Sie zusätzlich ein kleines Excel-Programm, mit dem Sie spielerisch die Grundlagen der Regelungstechnik ausprobieren können.
- → Weitere Infos: <u>www.kodeko.de</u>